

# O kauzálních modelech

## aneb co by bylo, kdyby toho nebylo

Radim Jiroušek

Fakulta managementu, VŠE  
Jindřichův Hradec

---

Vysoká škola ekonomická v Praze  
“Absolventská středa” 18. února 2015

# Stručný obsah

- 1 Motivační příklad
- 2 Kauzální modely
- 3 Kauzální kompoziční modely
- 4 Podmiňování a intervence v kompozičních kauzálních modelech
- 5 Závěry

# Výroba elektronických součástek

- Nadnárodní společnost vyrábí součástky pro digitální techniku.
- Nová technologie napařování zcela změnila a zlevnila výrobu.
- Efektivita výroby se v různých výrobních závodech liší:  
65-73 %.
- Využití zkušeností z lepších závodů by mohlo zvýšit celkovou efektivitu výroby alespoň o jeden procentní bod: z 68 na 69 %.
- Výzkumný tým zahájil sběr dat z jednotlivých výrobních závodů.

# Výroba elektronických součástek

- Nadnárodní společnost vyrábí součástky pro digitální techniku.
- Nová technologie napařování zcela změnila a zlevnila výrobu.
- Efektivita výroby se v různých výrobních závodech liší:  
65-73 %.
- Využití zkušeností z lepších závodů by mohlo zvýšit celkovou efektivitu výroby alespoň o jeden procentní bod: z 68 na 69 %.
- Výzkumný tým zahájil sběr dat z jednotlivých výrobních závodů.

# Výroba elektronických součástek

- Nadnárodní společnost vyrábí součástky pro digitální techniku.
- Nová technologie napařování zcela změnila a zlevnila výrobu.
- Efektivita výroby se v různých výrobních závodech liší:  
65-73 %.
- Využití zkušeností z lepších závodů by mohlo zvýšit celkovou efektivitu výroby alespoň o jeden procentní bod: z 68 na 69 %.
- Výzkumný tým zahájil sběr dat z jednotlivých výrobních závodů.

# Výroba elektronických součástek

- Nadnárodní společnost vyrábí součástky pro digitální techniku.
- Nová technologie napařování zcela změnila a zlevnila výrobu.
- Efektivita výroby se v různých výrobních závodech liší:  
65-73 %.
- Využití zkušeností z lepších závodů by mohlo zvýšit celkovou efektivitu výroby alespoň o jeden procentní bod: z 68 na 69 %.
- Výzkumný tým zahájil sběr dat z jednotlivých výrobních závodů.

# Výroba elektronických součástek

- Nadnárodní společnost vyrábí součástky pro digitální techniku.
- Nová technologie napařování zcela změnila a zlevnila výrobu.
- Efektivita výroby se v různých výrobních závodech liší:  
65-73 %.
- Využití zkušeností z lepších závodů by mohlo zvýšit celkovou efektivitu výroby alespoň o jeden procentní bod: z 68 na 69 %.
- Výzkumný tým zahájil sběr dat z jednotlivých výrobních závodů.

# Výroba elektronických součástek

$A$  - Klimatizace

$T$  - Teplota ve výrobní hale

$Q$  - Vysoká kvalita výrobků

Odhady pravděpodobností na základě sběru dat

$A$	−	−	−	−	+	+	+	+
$T$	$h$	$h$	$l$	$l$	$h$	$h$	$l$	$l$
$Q$	−	+	−	+	−	+	−	+
$\pi(\cdot)$	0.09	0.21	0.11	0.19	0.06	0.06	0.06	0.22



# Výroba elektronických součástek

Odhady podmíněných pravděpodobností

$$\pi(Q = + | T = h) = 0.65$$

$$\pi(Q = + | T = \ell) = 0.71$$

$$\pi(T = \ell | A = -) = 0.50$$

$$\pi(T = \ell | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = +) = 0.68$$

$$\pi(Q = + | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = + | do(A = +)) = 0.67$$



# Výroba elektronických součástek

Odhady podmíněných pravděpodobností

$$\pi(Q = + | T = h) = 0.65$$

$$\pi(Q = + | T = \ell) = 0.71$$

$$\pi(T = \ell | A = -) = 0.50$$

$$\pi(T = \ell | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = +) = 0.68$$

$$\pi(Q = + | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = + | do(A = +)) = 0.67$$



# Výroba elektronických součástek

Odhady podmíněných pravděpodobností

$$\pi(Q = + | T = h) = 0.65$$

$$\pi(Q = + | T = \ell) = 0.71$$

$$\pi(T = \ell | A = -) = 0.50$$

$$\pi(T = \ell | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = +) = 0.68$$

$$\pi(Q = + | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = + | do(A = +)) = 0.67$$



# Výroba elektronických součástek

Odhady podmíněných pravděpodobností

$$\pi(Q = + | T = h) = 0.65$$

$$\pi(Q = + | T = \ell) = 0.71$$

$$\pi(T = \ell | A = -) = 0.50$$

$$\pi(T = \ell | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = +) = 0.68$$

$$\pi(Q = + | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = + | do(A = +)) = 0.67$$



# Výroba elektronických součástek

Odhady podmíněných pravděpodobností

$$\pi(Q = + | T = h) = 0.65$$

$$\pi(Q = + | T = \ell) = 0.71$$

$$\pi(T = \ell | A = -) = 0.50$$

$$\pi(T = \ell | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = +) = 0.68$$

$$\pi(Q = + | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = + | do(A = +)) = 0.67$$



# Výroba elektronických součástek

Odhady podmíněných pravděpodobností

$$\pi(Q = + | T = h) = 0.65$$

$$\pi(Q = + | T = \ell) = 0.71$$

$$\pi(T = \ell | A = -) = 0.50$$

$$\pi(T = \ell | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = +) = 0.68$$

$$\pi(Q = + | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = + | do(A = +)) = 0.67$$



# Výroba elektronických součástek

Odhady podmíněných pravděpodobností

$$\pi(Q = + | T = h) = 0.65$$

$$\pi(Q = + | T = \ell) = 0.71$$

$$\pi(T = \ell | A = -) = 0.50$$

$$\pi(T = \ell | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = +) = 0.68$$

$$\pi(Q = + | A = +) = 0.70$$

$$\pi(Q = + | do(A = +)) = 0.67$$



# Výroba elektronických součástek

- Co bylo špatně na úvaze, která vedla k instalaci klimatizací?
- Bylo možno předem odhadnout, jaký dopad bude mít dodatečná instalace klimatizací?



Judea Pearl (2009, page 40) *CAUSALITY: Models, Reasoning, and Inference*

The sharp distinction between statistical and causal concepts can be translated into a useful principle: behind every causal claim there must lie some causal assumption that is not discernable from the joint distribution and, hence, not testable in observational studies. Such assumptions are usually provided by humans, resting on expert judgment.

	$S$	$\neg S$	$\Sigma$
$A$	15	3	18
$\neg A$	1	81	82
$\Sigma$	16	84	100

Kauzální vztah: Je-li v místnosti kouř ( $S$ ), pak je (až na výjimky) spuštěn požární hlásič ( $A$ ).

	$S$	$\neg S$	$\Sigma$
$A$	15	3	18
$\neg A$	1	81	82
$\Sigma$	16	84	100

# Problémy řešitelné v kauzálních modelech

Judea Pearl (2009, page 29) *CAUSALITY: Models, Reasoning, and Inference*

Three types of queries in causal models:

- **predictions** - would the alarm be ringing if we find a smoke?
- **interventions** - would the alarm be ringing if we make a smoke (e.g. by smoking a cigar)?
- **counterfactuals** - would the alarm be ringing had there been a smoke, given that the alarm is in fact not ringing and there is no smoke?

# Příklad požárního hlásiče

	$S$	$\neg S$	$\Sigma$
$A$	15	3	18
$\neg A$	1	81	82
$\Sigma$	16	84	100

# Příklad požárního hlásiče

Podmiňování a intervence na kouř -  $S$

## Podmiňování

$$\pi(A) = 0.18$$

$$\pi(A|S) = \frac{15}{16} \doteq 0.94$$

## Intervence

$$\pi(A|do(S)) \doteq 0.94$$

# Příklad požárního hlásiče

Podmiňování a intervence na kouř -  $S$

## Podmiňování

$$\pi(A) = 0.18$$

$$\pi(A|S) = \frac{15}{16} \doteq 0.94$$

## Intervence

$$\pi(A|do(S)) \doteq 0.94$$

# Příklad požárního hlásiče

Podmiňování a intervence na hlásič - A

## Podmiňování

$$\pi(S) = 0.16$$

$$\pi(S|A) = \frac{15}{18} \doteq 0.84$$

## Intervence

$$\pi(S|do(A)) \doteq 0.16$$



# Příklad požárního hlásiče

Podmiňování a intervence na hlásič - A

## Podmiňování

$$\pi(S) = 0.16$$

$$\pi(S|A) = \frac{15}{18} \doteq 0.84$$

## Intervence

$$\pi(S|do(A)) \doteq 0.16$$

# Kauzální model

(náhodné) veličiny:  $A, Q, S, T, X, Y, \dots$

pro každou veličinu  $X$  musíme specifikovat její příčiny  $\mathcal{C}(X)$ , což jsou jiné veličiny. Označíme:

$$x = \{X\} \cup \mathcal{C}(X), \quad y = \{Y\} \cup \mathcal{C}(Y), \quad \dots$$

pravděpodobnostní distribuce:  $\pi(x), \lambda(y), \dots$  můžeme získat "lokálními" odhady z observačních dat

Kauzální model je markovský, jestliže veličiny lze uspořádat tak, že příčiny jsou vždy před důsledkem.

# Kauzální model

(náhodné) veličiny:  $A, Q, S, T, X, Y, \dots$

pro každou veličinu  $X$  musíme specifikovat její **příčiny**  $\mathcal{C}(X)$ , což jsou jiné veličiny. Označíme:

$$x = \{X\} \cup \mathcal{C}(X), \quad y = \{Y\} \cup \mathcal{C}(Y), \quad \dots$$

pravděpodobnostní distribuce:  $\pi(x), \lambda(y), \dots$  můžeme získat "lokálními" odhady z observačních dat

Kauzální model je **markovský**, jestliže veličiny lze uspořádat tak, že příčiny jsou vždy před důsledkem.

# Kauzální model

(náhodné) veličiny:  $A, Q, S, T, X, Y, \dots$

pro každou veličinu  $X$  musíme specifikovat její **příčiny**  $\mathcal{C}(X)$ , což jsou jiné veličiny. Označíme:

$$x = \{X\} \cup \mathcal{C}(X), \quad y = \{Y\} \cup \mathcal{C}(Y), \quad \dots$$

pravděpodobnostní distribuce:  $\pi(x), \lambda(y), \dots$  můžeme získat “lokálními” odhady z observačních dat

Kauzální model je **markovský**, jestliže veličiny lze uspořádat tak, že příčiny jsou vždy před důsledkem.

# Kauzální model

(náhodné) veličiny:  $A, Q, S, T, X, Y, \dots$

pro každou veličinu  $X$  musíme specifikovat její **příčiny**  $\mathcal{C}(X)$ , což jsou jiné veličiny. Označíme:

$$x = \{X\} \cup \mathcal{C}(X), \quad y = \{Y\} \cup \mathcal{C}(Y), \quad \dots$$

pravděpodobnostní distribuce:  $\pi(x), \lambda(y), \dots$  můžeme získat “lokálními” odhady z observačních dat

Kauzální model je **markovský**, jestliže veličiny lze uspořádat tak, že příčiny jsou vždy před důsledkem.

# Kauzální model výroby elektronických součástek

veličiny:  $A, Q, T$

příčiny  $\mathcal{C}(A) = \emptyset$ ,  $\mathcal{C}(Q) = \{T\}$ ,  $\mathcal{C}(T) = \{A\}$  tedy:

$a = \{A\} \cup \emptyset = \{A\}$ ,  $q = \{Q\} \cup \{T\} = \{Q, T\}$ ,  $t = \{T\} \cup \{A\} = \{A, T\}$ .

pravděpodobnostní distribuce:

$\kappa$	
$A = -$	0.60
$A = +$	0.40

$\lambda$	$Q = -$	$Q = +$
$T = h$	0.15	0.27
$T = \ell$	0.17	0.41

$\mu$	$A = -$	$A = +$
$T = h$	0.30	0.12
$T = \ell$	0.30	0.28

Kauzální model je markovský, neboť:  $\kappa(A), \mu(A, T), \lambda(Q, T)$ .

# Kauzální model výroby elektronických součástek

veličiny:  $A, Q, T$

příčiny  $\mathcal{C}(A) = \emptyset$ ,  $\mathcal{C}(Q) = \{T\}$ ,  $\mathcal{C}(T) = \{A\}$  tedy:

$a = \{A\} \cup \emptyset = \{A\}$ ,  $q = \{Q\} \cup \{T\} = \{Q, T\}$ ,  $t = \{T\} \cup \{A\} = \{A, T\}$ .

pravděpodobnostní distribuce:

$\kappa$	
$A = -$	0.60
$A = +$	0.40

$\lambda$	$Q = -$	$Q = +$
$T = h$	0.15	0.27
$T = \ell$	0.17	0.41

$\mu$	$A = -$	$A = +$
$T = h$	0.30	0.12
$T = \ell$	0.30	0.28

Kauzální model je markovský, neboť:  $\kappa(A), \mu(A, T), \lambda(Q, T)$ .

# Kauzální model výroby elektronických součástek

veličiny:  $A, Q, T$

příčiny  $\mathcal{C}(A) = \emptyset$ ,  $\mathcal{C}(Q) = \{T\}$ ,  $\mathcal{C}(T) = \{A\}$  tedy:

$a = \{A\} \cup \emptyset = \{A\}$ ,  $q = \{Q\} \cup \{T\} = \{Q, T\}$ ,  $t = \{T\} \cup \{A\} = \{A, T\}$ .

pravděpodobnostní distribuce:

$\kappa$	
$A=-$	0.60
$A=+$	0.40

$\lambda$	$Q=-$	$Q=+$
$T=h$	0.15	0.27
$T=l$	0.17	0.41

$\mu$	$A=-$	$A=+$
$T=h$	0.30	0.12
$T=l$	0.30	0.28

Kauzální model je markovský, neboť:  $\kappa(A), \mu(A, T), \lambda(Q, T)$ .



# Kauzální model výroby elektronických součástek

veličiny:  $A, Q, T$

příčiny  $\mathcal{C}(A) = \emptyset$ ,  $\mathcal{C}(Q) = \{T\}$ ,  $\mathcal{C}(T) = \{A\}$  tedy:

$a = \{A\} \cup \emptyset = \{A\}$ ,  $q = \{Q\} \cup \{T\} = \{Q, T\}$ ,  $t = \{T\} \cup \{A\} = \{A, T\}$ .

pravděpodobnostní distribuce:

$\kappa$		$\lambda$	$Q=-$	$Q=+$	$\mu$	$A=-$	$A=+$
$A=-$	0.60	$T=h$	0.15	0.27	$T=h$	0.30	0.12
$A=+$	0.40	$T=l$	0.17	0.41	$T=l$	0.30	0.28

Kauzální model je markovský, neboť:  $\kappa(A), \mu(A, T), \lambda(Q, T)$ .

# Kauzální kompoziční model

R.J.: *Foundations of compositional model theory*. Int. J. of General Syst., 40, 6 (2011), 623-678.

Operátor kompozice (skládání) pravděpodobnostních distribucí

## Definition

For  $\rho(x)$  and  $\sigma(y)$  their composition is defined

$$(\rho \triangleright \sigma)(x \cup y) = \frac{\rho(x) \cdot \sigma(y)}{\sigma(x \cap y)}$$

# Kauzální kompoziční model

R.J.: *Foundations of compositional model theory*. Int. J. of General Syst., 40, 6 (2011), 623-678.

Operátor kompozice (skládání) pravděpodobnostních distribucí

## Definition

For  $\rho(x)$  and  $\sigma(y)$  their composition is defined

$$(\rho \triangleright \sigma)(x \cup y) = \frac{\rho(x) \cdot \sigma(y)}{\sigma \downarrow_{x \cap y} (x \cap y)}$$

# Kompozice dvou pravděpodobnostních distribucí

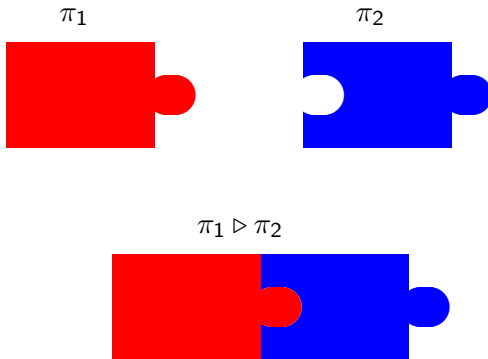
$\pi_1$



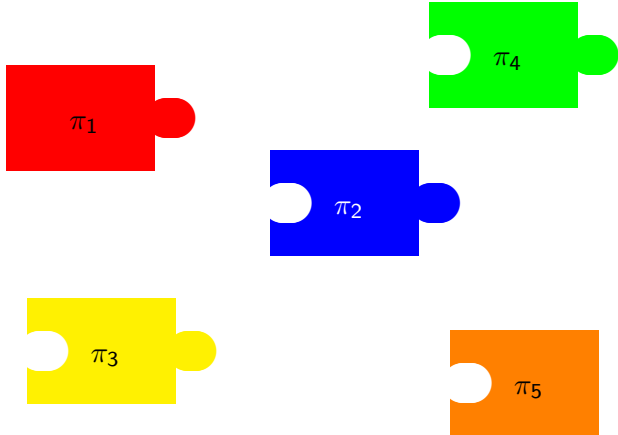
$\pi_2$



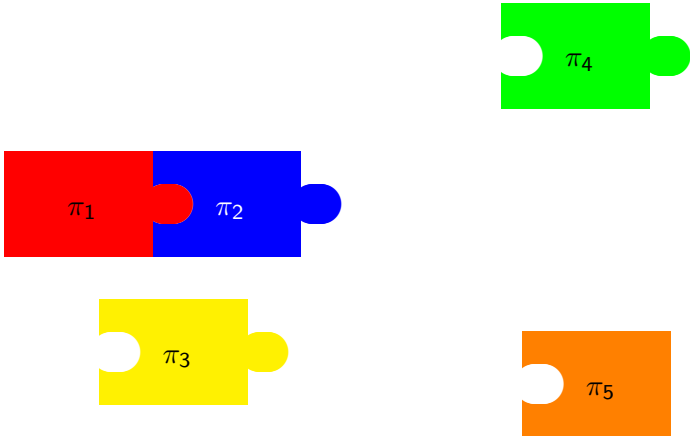
# Kompozice dvou pravděpodobnostních distribucí



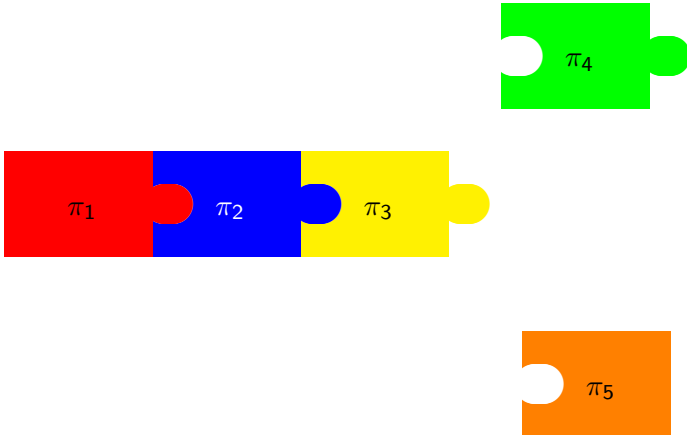
# Pravděpodobnostní kompoziční model



# Pravděpodobnostní kompoziční model

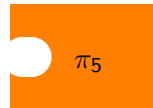


# Pravděpodobnostní kompoziční model

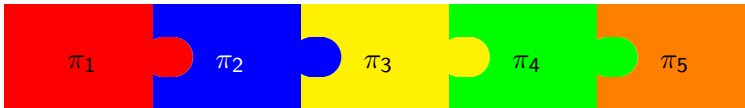




# Pravděpodobnostní kompoziční model



# Pravděpodobnostní kompoziční model



# Kauzální kompoziční model

## Výroba elektronických součástek

Kauzální kompoziční model je pravděpodobnostní distribuce definovaná výrazem

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

# Degenerovaná distribuce

## Definition

$$\nu_{X=\mathbf{a}}(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } X = \mathbf{a}, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Distribuce  $\nu_{A=+}$  popisuje jistotu, že výrobní hala je klimatizovaná.

# Degenerovaná distribuce

## Definition

$$\nu_{X=\mathbf{a}}(X) = \begin{cases} 1 & \text{if } X = \mathbf{a}, \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

Distribuce  $\nu_{A=+}$  popisuje jistotu, že výrobní hala je klimatizovaná.

# Podmiňování a intervence v kompozičních kauzálních modelech

## Podmiňování

$$\pi(Q, T|A = +) = \nu_{A=+} \triangleright \left( \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T) \right).$$

## Intervence

$$\pi(Q, T|do(A = +)) = \nu_{A=+} \triangleright \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T).$$

# Podmiňování a intervence v kompozičních kauzálních modelech

## Podmiňování

$$\pi(Q, T|A = +) = \nu_{A=+} \triangleright \left( \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T) \right).$$

## Intervence

$$\pi(Q, T|do(A = +)) = \nu_{A=+} \triangleright \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T).$$

# Výroba elektronických součástek



Kauzální model:  $A \quad \mathcal{C}(A) = \emptyset$

$T \quad \mathcal{C}(T) = \{A\}$

$Q \quad \mathcal{C}(Q) = \{T\}$

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

Avšak:  $\pi(Q = + | do(A = +)) = \pi(Q = + | A = +) = 0.70$ , což neodpovídá dosaženým výsledkům!



# Výroba elektronických součástek



Kauzální model:  $A \quad \mathfrak{C}(A) = \emptyset$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{T\}$

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

Avšak:  $\pi(Q = + | do(A = +)) = \pi(Q = + | A = +) = 0.70$ , což neodpovídá dosaženým výsledkům!

# Výroba elektronických součástek



Kauzální model:  $A \quad \mathfrak{C}(A) = \emptyset$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{T\}$

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

Avšak:  $\pi(Q = + | do(A = +)) = \pi(Q = + | A = +) = 0.70$ , což neodpovídá dosaženým výsledkům!

# Výroba elektronických součástek



Kauzální model:  $A \quad \mathfrak{C}(A) = \emptyset$

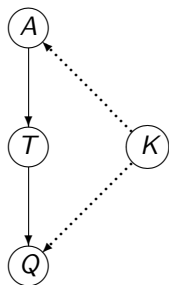
$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{T\}$

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

Avšak:  $\pi(Q = + | do(A = +)) = \pi(Q = + | A = +) = 0.70$ , což neodpovídá dosaženým výsledkům!

# Výroba elektronických součástek



*Kulturní vliv*

Kauzální model:  $K \quad \mathfrak{C}(K) = \emptyset$

$A \quad \mathfrak{C}(A) = \{K\}$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

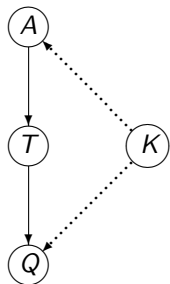
$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{K, T\}$

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

$$\pi(Q = + | do(A = +))$$

$$= \nu_{A=+} \triangleright \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

# Výroba elektronických součástek



*Kulturní vliv*

Kauzální model:  $K \quad \mathfrak{C}(K) = \emptyset$

$A \quad \mathfrak{C}(A) = \{K\}$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

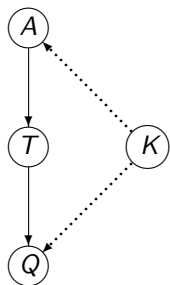
$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{K, T\}$

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

$$\pi(Q = + | do(A = +))$$

$$= \nu_{A=+} \triangleright \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

# Výroba elektronických součástek



*Kulturní vliv*

Kauzální model:  $K \quad \mathfrak{C}(K) = \emptyset$

$A \quad \mathfrak{C}(A) = \{K\}$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

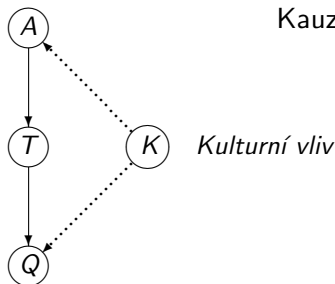
$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{K, T\}$

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

$$\pi(Q = + | do(A = +))$$

$$= \nu_{A=+} \triangleright \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

# Výroba elektronických součástek



Kauzální model:  $K \quad \mathfrak{C}(K) = \emptyset$

$A \quad \mathfrak{C}(A) = \{K\}$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

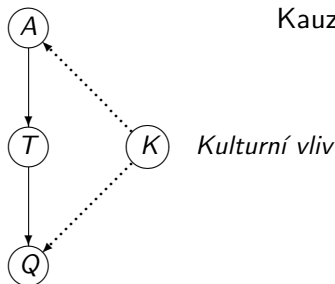
$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{K, T\}$

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

$$\pi(Q = + | do(A = +))$$

$$= \nu_{A=+} \triangleright \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

# Výroba elektronických součástek



Kauzální model:  $K \quad \mathfrak{C}(K) = \emptyset$

$A \quad \mathfrak{C}(A) = \{K\}$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

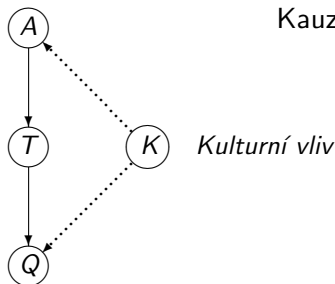
$Q \quad \mathfrak{C}(Q) = \{K, T\}$

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

Je možné spočítat  $\pi(Q = + | do(A = +))$  z tohoto modelu, přestože je veličina  $K$  neměřitelná (tzv. *hidden*, nebo *unobservable*)?



# Výroba elektronických součástek



Kauzální model:  $C \quad \mathfrak{C}(K) = \emptyset$

$A \quad \mathfrak{C}(A) = \{K\}$

$T \quad \mathfrak{C}(T) = \{A\}$

$H \quad \mathfrak{C}(Q) = \{K, T\}$

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

$$\pi(Q | do(A = +))$$

$$= \left( \nu_{A=+} \triangleright \mu(A, T) \triangleright \left( \kappa(A') \odot_{\{T\}} \hat{\pi}(A', Q, T) \right)^{-A'} \right)^{\downarrow\{Q\}}$$

# Výroba elektronických součástek

Pro kauzální kompoziční model

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

při výpočtu uvažované intervence s danými daty dostaneme skutečně

$$\begin{aligned} & \pi(Q = + | do(A = +)) \\ &= \left( \nu_{A=+} \triangleright \mu(A, T) \triangleright \left( \kappa(A') \circledast_{\{T\}} \hat{\pi}(A', Q = +, T) \right)^{-A'} \right)^{\downarrow\{Q\}} \\ &= 0.67. \end{aligned}$$

# Výroba elektronických součástek

Pro kauzální kompoziční model

$$\pi(A, K, Q, T) = \rho(K) \triangleright \kappa(A, K) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(K, Q, T)$$

při výpočtu uvažované intervence s danými daty dostaneme skutečně

$$\begin{aligned} & \pi(Q = + | do(A = +)) \\ &= \left( \nu_{A=+} \triangleright \mu(A, T) \triangleright \left( \kappa(A') \circledast_{\{T\}} \hat{\pi}(A', Q = +, T) \right)^{-A'} \right)^{\downarrow\{Q\}} \\ &= 0.67. \end{aligned}$$

# Výroba elektronických součástek

Důležitá otázka:

Bylo možné poznat ještě před realizací intervence,  
že uvažovaný jednoduchý kauzální model

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

je špatný?

Odpověď:

ANO!

V uvažovaném jednoduchém modelu jsou veličiny  $A$  and  $Q$  podmíněně nezávislé při dané veličině  $T$ ; při testování této vlastnosti u naměřených dat bychom tuto hypotézu zamítli.

# Výroba elektronických součástek

Důležitá otázka:

Bylo možné poznat ještě před realizací intervence,  
že uvažovaný jednoduchý kauzální model

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

je špatný?

Odpověď:

**ANO!**

V uvažovaném jednoduchém modelu jsou veličiny  $A$  and  $Q$  podmíněně nezávislé při dané veličině  $T$ ; při testování této vlastnosti u naměřených dat bychom tuto hypotézu zamítli.

# Výroba elektronických součástek

Důležitá otázka:

Bylo možné poznat ještě před realizací intervence,  
že uvažovaný jednoduchý kauzální model

$$\pi(A, Q, T) = \kappa(A) \triangleright \mu(A, T) \triangleright \lambda(Q, T)$$

je špatný?

Odpověď:

**ANO!**

V uvažovaném jednoduchém modelu jsou veličiny  $A$  and  $Q$  podmíněně nezávislé při dané veličině  $T$ ; při testování této vlastnosti u naměřených dat bychom tuto hypotézu zamítli.

# Závěry

- **Kauzální modely mají nezastupitelnou roli při odvozování důsledků**
- Principiální rozdíl mezim podmiňováním a intervencí
- Užitím kompozičních modelů lze zavést algebraický způsob reprezentace Pearlových kauzálních modelů
- Výpočet podmiňování a intervence v kauzálních kompozičních modelech
- Ukázali jsme, že lze počítat i s kauzálními kompozičními modely, které obsahují skryté proměnné
- Kauzální kompoziční modely lze zavést i v Shenoyových "Valuation Based System"

# Závěry

- Kauzální modely mají nezastupitelnou roli při odvozování důsledků
- Principiální rozdíl mezim podmiňováním a intervencí
- Užitím kompozičních modelů lze zavést algebraický způsob reprezentace Pearlových kauzálních modelů
- Výpočet podmiňování a intervence v kauzálních kompozičních modelech
- Ukázali jsme, že lze počítat i s kauzálními kompozičními modely, které obsahují skryté proměnné
- Kauzální kompoziční modely lze zavést i v Shenoyových “Valuation Based System”



# Závěry

- Kauzální modely mají nezastupitelnou roli při odvozování důsledků
- Principiální rozdíl mezim podmiňováním a intervencí
- Užitím kompozičních modelů lze zavést algebraický způsob reprezentace Pearlových kauzálních modelů
- Výpočet podmiňování a intervence v kauzálních kompozičních modelech
- Ukázali jsme, že lze počítat i s kauzálními kompozičními modely, které obsahují skryté proměnné
- Kauzální kompoziční modely lze zavést i v Shenoyových "Valuation Based System"

# Závěry

- Kauzální modely mají nezastupitelnou roli při odvozování důsledků
- Principiální rozdíl mezim podmiňováním a intervencí
- Užitím kompozičních modelů lze zavést algebraický způsob reprezentace Pearlových kauzálních modelů
- Výpočet podmiňování a intervence v kauzálních kompozičních modelech
- Ukázali jsme, že lze počítat i s kauzálními kompozičními modely, které obsahují skryté proměnné
- Kauzální kompoziční modely lze zavést i v Shenoyových "Valuation Based System"

# Závěry

- Kauzální modely mají nezastupitelnou roli při odvozování důsledků
- Principiální rozdíl mezim podmiňováním a intervencí
- Užitím kompozičních modelů lze zavést algebraický způsob reprezentace Pearlových kauzálních modelů
- Výpočet podmiňování a intervence v kauzálních kompozičních modelech
- Ukázali jsme, že lze počítat i s kauzálními kompozičními modely, které obsahují skryté proměnné
- Kauzální kompoziční modely lze zavést i v Shenoyových "Valuation Based System"

# Závěry

- Kauzální modely mají nezastupitelnou roli při odvozování důsledků
- Principiální rozdíl mezim podmiňováním a intervencí
- Užitím kompozičních modelů lze zavést algebraický způsob reprezentace Pearlových kauzálních modelů
- Výpočet podmiňování a intervence v kauzálních kompozičních modelech
- Ukázali jsme, že lze počítat i s kauzálními kompozičními modely, které obsahují skryté proměnné
- Kauzální kompoziční modely lze zavést i v Shenoyových “Valuation Based System”

Děkuji za pozornost